

WYBRANE PROBLEMY STATYSTYKI WIELOWYMIAROWEJ

12. Statystyka T^2 Hotellinga wyraża się wzorem: $T^2 = N(\bar{x} - \mu)' S^{-1} (\bar{x} - \mu)$. Pokaż, że dla $p=2$ wzór ten ma postać: $T^2 = \frac{t_1^2 + t_2^2 - 2rt_1t_2}{1-r^2}$, gdzie r jest współczynnikiem korelacji między współrzędnymi

wektora a $t_i = \frac{\bar{x}_i - \mu_i}{s_i / \sqrt{n}}$ jest statystyką t -Studenta do testowania hipotezy o wartości średniej i -tej współrzędnej wektora.

13. Udowodnij wzór $T^2 = \frac{|S + N(\bar{x} - \mu)(\bar{x} - \mu)'|}{|S|} - 1$.

Wskazówka 1: Oblicz na dwa sposoby wyznacznik macierzy:

$$\begin{bmatrix} -1 & \sqrt{N}(\bar{x} - \mu)' \\ \sqrt{N}(\bar{x} - \mu) & S \end{bmatrix}$$

Wskazówka 2: Wyznacznik macierzy blokowej $A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ można obliczyć na dwa sposoby:

$$|A| = |A_{11}| |A_{22} - A_{21} A_{11}^{-1} A_{12}| = |A_{22}| |A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21}|$$

14. Sprawdź, że statystyka T^2 jest niezmiennicza względem przekształceń afinicznych postaci $y = Cx + d$

15. Dla danych z zadania 8 zweryfikuj na poziomie 0.05 hipotezę:

$H_0: \mu' = [11,55,61,8]$ przeciwko hipotezie $H_1: \mu' \neq [11,55,61,8]$ gdzie μ jest wektorem wartości oczekiwanych wektora losowego $[S,D,Z,L]'$

16. Dla danych z zadania 8 zbuduj, na poziomie ufności 0.95 jednoczesne przedziały ufności Roya-Bosego i Bonferroniego dla wartości oczekiwanej pary $[5S-D, Z-D]'$. Czy punkt (0,7) należy do tych przedziałów? Gdy to jest prawdą to podaj praktyczną interpretację tego wyniku.

17. Na podstawie badań psychiatrycznych grupę 49 starszych mężczyzn podzielono na dwie podgrupy: A: występuje czynnik starczy i B: nie występuje taki czynnik. Przeprowadzono test WAIS oceniający umiejętności rozumowania w 4 kategoriach. Wyniki testu (średnie wyniki w grupach):

Test	Grupa	
	B ($N_1=37$)	A ($N_2=12$)
wiadomości	12,57	8,75
podobieństwa	9,57	5,33
arytmetyka	11,49	8,5
brakujące obrazki	7,97	4,75

Wspólna macierz kowariancji i jej odwrotność:

$$S = \begin{bmatrix} 11,26 & 9,40 & 7,15 & 3,38 \\ & 13,53 & 7,38 & 2,55 \\ & & 11,57 & 2,62 \\ & & & 5,81 \end{bmatrix}, S^{-1} = \begin{bmatrix} 0,26 & -0,14 & -0,06 & -0,06 \\ & 0,19 & -0,04 & 0,01 \\ & & 0,15 & -0,02 \\ & & & 0,21 \end{bmatrix}$$

(a) Zweryfikuj na poziomie 0,01 hipotezę o równości wartości oczekiwanych w obu grupach

(b) Zbuduj na poziomie 0.95 jednoczesne przedziały ufności Roya-Bosego dla różnic w grupach dla każdego z 4 testów.